

Hledá se číslo (projekt M.06)

Diagnostická verze projektu

Projekt „Hledá se číslo“ byl v jedné z verzí¹ připraven pro žáky osmého ročníku (ve školním roce 1999 - 2000) a devátého ročníku (ve školním roce 2000-01) základní školy formou dvou zadávacích listů, které se lišily pouze pokynem, které z čísel A, B má žák zvolit a které má hledat². Zcela záměrně byly oba zadávací listy shodné, s výjimkou označení vstupu a výstupu, protože jsme mimo jiné chtěli diagnostikovat, zda žáci:

- věnují dostatečnou pozornost zadání úloh, které mají řešit,
- budou rozlišovat mezi oběma typy úlohy nebo zda odhalí jejich vzájemnou souvislost.

Zadání obou typů úlohy bylo prezentováno na nástěnce a žáci měli po celou dobu řešení projektu k dispozici dostatečný počet zadávacích listů. Jejich úkolem bylo:

- hledat dvojice čísel A, B tak, aby byly splněny požadavky kladené na ně v zadávacích listech,
- připravit skupinu podobných úloh, včetně autorského řešení, pro své spolužáky a případně i pro žáky nižších ročníků,
- prezentovat výsledky své práce spolužákům.

Žáci dvou tříd osmého ročníku pracovali samostatně nebo ve skupinách mimo vyučování. Žáci dvou tříd devátého ročníku pracovali ve skupinách během dvou po sobě jdoucích vyučovacích hodin.

Práce na projektu žáky zaujala. V souvislosti s řešením projektu probíhala mnohovrstevná diskuse mezi žáky i mezi učitelem a žáky, jejímž předmětem se staly především otázky spojené s vlastnostmi čísel a číselných operací. Do práce na projektu se zapojilo 92 žáků. Většina z nich pracovala ve dvoučlenných nebo tříčlenných skupinách, dvanáct žáků pracovalo samostatně. Ve všech zúčastněných třídách se žáci dohodli, že výsledky práce budou prezentovat formou vyplněných záznamových listů a souborem zadávacích listů s úkoly pro spolužáky.

Pozorování žáků, diskuse se žáky a analýza žakovských prací, které při práci na projektu vznikly, přinesly řadu zajímavých poznatků:

- zaujetí pro práci nad rámec běžných povinností - žáci pracovali po celou dobu se zaujetím, přijali úkol za svůj, přinášeli nová a nová řešení zadaného úkolu. Bez výrazné vnější motivace provedli takový počet operací s čísly, který je při běžně vedeném vyučování nemyslitelný;
- minimální kooperace při práci ve skupinách - práce ve skupinách, které jsme sledovali při práci ve škole, byla v jednotlivých skupinách organizována různě. Převládal model, kdy jeden člen skupiny usměrňoval práci zbývajících. Kooperace uvnitř skupin byla minimální, a to i ve třídách, kde byli žáci zvyklí na skupinovou práci;

¹ Projekt „Hledá se číslo“ jsme realizovali s jinými zadávacími listy již ve školním roce 1998-99 v jedné třídě sedmého ročníku nejprve jako motivační a expoziční („objev“ záporných čísel a jejich vlastností), potom jako fixační (návuk algoritmů pro počítání s celými čísly) a nakonec jako diagnostický (ověřování úrovně osvojení operací s celými čísly).

² Bylo-li zadáno číslo A, hledali žáci číslo B pomocí posloupnosti předepsaných operací. Bylo-li zadáno číslo B, bylo nutno k nalezení čísla A řešit náročnější úlohu - použít posloupnosti operací inverzních k předepsaným operacím.

- výrazný vliv použité vzdělávací strategie na volbu strategie řešení úlohy - pracovní skupiny ve třídě 9.A³ pracovaly současně s oběma typy úlohy. Velice brzy však odhalily, jak spolu oba typy úlohy souvisí a okamžitě toho začaly v dalším řešení využívat. Pro většinu pracovních skupin ve zbývajících třídách bylo prvním klíčovým bodem řešení projektu uvědomění si toho, že řeší dva různé typy úlohy. Většina skupin se podle očekávání soustředila na řešení úlohy ve směru od zadaného čísla A k hledanému číslu B. Intelektuálně i početně náročnější typ úlohy, kdy se hledalo číslo A pomocí čísla B, zpočátku žáci vůbec neřešili. V diskusi se žáky jsme zjistili, že až na výjimky, o různé obtížnosti úloh neuvažovali, protože předpokládali, že jde o dva zadávací listy pro jednu a tutéž úlohu. Směr řešení úlohy od čísla A k číslu B volili žáci proto, že ho považovali za přirozený. Čtyři pracovní skupiny a tři žáci dokonce odmítli převzít oba typy zadávacích listů s tím, že „*jim to stačí jednou*“. Jedna z těchto pracovních skupin a jeden žák si zbývajících typ zadávacího listu vyzvedli dodatečně s tím, že ho „*přece jen potřebují*“. Jen tři skupiny (z jiných tříd než 9.A) odhalily, jak spolu oba typy úlohy souvisí a využívaly toho při řešení projektu;
- nejčastější chyba, které se žáci dopouštěli - nerespektování vstupu do úlohy v zadávacím listu „Hledá se číslo A“, což může mimo jiné poukazovat na existující stereotyp „*řešit úlohu odpředu*“, jak řekl na vysvětlenou jeden žák;
- volba správné operace jako inverzní – pokud žáci odhalili, v jakém směru úlohu řešit, nedělala jim volba správné inverzní operace žádné obtíže;
- odlišný postoj k úlohám, které nemají řešení nebo mají více řešení – řešení projektu, která odevzdávaly pracovní skupiny ve třídě 9.A, obsahovala i úlohy s více řešeními nebo úlohy, které řešení neměly. V ostatních třídách zcela výjimečně předkládali žáci jako výsledky své práce zadávací listy, kde bylo výchozí číslo zvoleno tak, že úloha měla více řešení nebo naopak řešení vůbec neměla. Zdůvodňovali to tím, že „*přece nemohou odevzdat nepodařenou úlohu, co má více řešení*“ nebo „*nevyřešenou úlohu*“. To nás přivedlo k tomu, že je třeba se žáky více pracovat v tom směru, aby rozlišovali mezi tím, kdy úloha nemá řešení, a tím, kdy úlohu z nějakých důvodů neřešíme, např. proto, že ji zatím řešit neumíme;
- zpětná kontrola – ve třídě 9. A kladli řešitelé velký důraz na ověření správnosti navržených řešení, v ostatních třídách zpětná kontrola chyběla;
- minimální inovace při tvorbě nových úloh - zadávací listy, které žáci připravili pro své spolužáky, vesměs kopírovaly zadání, která dostali oni sami. Úlohy, které připravili pro žáky nižších ročníků, se většinou týkaly operací s přirozenými čísly.

Zadání projektu „Hledá se číslo“ může být snadno modifikováno podle konkrétní situace v dané třídě. Výše uvedená zjištění naznačují⁴, že práce na projektech tohoto typu může pomoci žákům překonat stereotypy v uchopování úloh i v postupech jejich řešení.

Motivační verze projektu

Modifikovanou verzi projektu „Hledá se číslo“ jsme v říjnu školního roku 2001-02 zařadili v jedné třídě šestého ročníku nově jako motivační ve dvou rovinách. Chtěli jsme:

- vytvořit vhodné klima pro práci ve skupinách, protože se třída nově konstituovala a žáci nebyli zpočátku schopni jakékoli kooperace. Současně jsme chtěli také podpořit vnitřní motivaci žáků k práci nad rámec školních povinností;
- vést žáky v motivační fázi výuky k tomu, aby sami přešli do expoziční fáze a objevili „podstatu“ desetinného čísla, jestliže jim bude nabídnut další separovaný model desetinného čísla.

³ V této třídě byly projekty velice často užívány jako vzdělávací strategie.

⁴ Jako příklad můžeme uvést rozdílné přístupy k řešení projektu ve třídě 9.A a ve zbylých třídách, kde byly dlouhodobě užívány různé vzdělávací strategie.

Obdobně jako žáky vyšších ročníků, tak i žáky šestého ročníku práce na projektu zaujala. Pracovní skupiny se vytvořily spontánně, bez vnějšího zásahu učitele. V první fázi práce na projektu (první vyučovací hodina - zadávací listy připraveny tak, aby mohly být všechny předepsané operace realizovány v oboru přirozených čísel) ovšem neplnily skupiny svou roli. Jednotliví členové skupiny nekooperovali, práce ve skupině nebyla řízena⁵. V druhé fázi práce na projektu (druhá vyučovací hodina - objevují se úlohy, které nelze řešit v oboru přirozených čísel) však časová, technická i intelektuální náročnost projektu přivedla žáky ke spolupráci. Předpokládáme, že to byl začátek procesu tvorby vhodného klimatu, které nám umožní v této třídě vytvářet vhodné situace pro využití projektu jako vzdělávací strategie.

Možnost zadávat si „svoje“ čísla žáky fascinovala. Během první hodiny práce na projektu vyřešili takové množství úloh, že zcela vyčerpali připravenou zásobu zadávacích listů. Někteří žáci doma sami připravili další zadávací listy⁶, jiní zapisovali další řešení do již vyplněných listů. Ve druhé vyučovací hodině došlo hned v několika skupinách k „objevu“ desetinného čísla jako objektu, který:

- může řešit vzniklou situaci (hledáme podíl dvou přirozených čísel a jsme schopni prokázat, že to není přirozené číslo), máme řešení,
- není předem dán, ale vzniká v procesu dělení přirozeného čísla přirozeným číslem.

Ukázalo se, že žáci umí zapsat desetinná čísla, někteří je uměli také sčítat. Šlo však vesměs o formální poznatky vázané na separovaný model desetinného čísla jako vyjádření ceny zboží. Další průběh vyučování potvrdil, že žáci přijali do své poznatkové struktury pojem desetinného čísla jako předem deklarovaný zápis pomocí dohodnutého systému znaků (číslice, desetinná čárka) bez vazby na proces, ve kterém pojem desetinného čísla vzniká.

Práce na projektu byla impulsem pro několik žáků, aby pomocí algoritmu pro dělení přirozeného čísla přirozeným číslem objevili další vlastnosti desetinných čísel. Dva žáci např. doma zpracovali rozsáhlý soubor příkladů desetinných čísel, pomocí kterého ukázali, že existují dva různé „druhy“ desetinných čísel: „*desetinná čísla, co se zastaví*“ (všechna čísla uvedená v souboru byla příklady desetinných čísel s ukončeným desetinným rozvojem) a „*desetinná čísla, co se opakují*“ (míněna periodická desetinná čísla, i když některá uvedená desetinná čísla tuto podmínku nesplňovala). Prezentace výsledků práce těchto žáků ve vyučování podnítila rozsáhlou diskusi, při které žáci společně:

- provedli první klasifikaci dělitelů (neúplnou) ve vazbě na „druh“ desetinného čísla,
- odhalili, jak dlouhá může být perioda a že v zápise některých čísel je „*ještě něco před opakováním*“,
- popsali pravidla pro uspořádání desetinných čísel.

V této situaci pro nás bylo zásadní, že spontánní zájem žáků o výsledky práce jejich dvou spolužáků navodil ve třídě pracovní atmosféru, na kterou musel sice učitel reagovat aktuální změnou obsahu dané vyučovací hodiny, ale v perspektivě znamenala možný posun k přirozenému uplatňování konstruktivistických přístupů. Poprvé, po pěti týdnech společné práce, se tak podařilo ve třídě vytvořit pracovní klima, které oslovilo většinu žáků. Žáci dávali viditelně najevo radost z „objevů“, které uskutečnili⁷ a dožadovali se dalších úkolů.

⁵ „Všichni dělali vše“, jak odpověděl jeden žák na otázku, jak pracuje jeho skupina.

⁶ Díky této iniciativě tři z nich „objevili“ desetinné číslo ještě dříve, než jsme se k tomu dostali podle našeho plánu. Na požádání učitele však se svým „objevem“ počkali až na konec řešení projektu, kde byli náležitě oceněni. Jeden žák obdobně „objevil“ záporné číslo.

⁷ Radost samozřejmě prožíval i učitel, i když s plným vědomím toho, že jde teprve o začátek dlouhodobého procesu.

Dvě žákyně, které se zatím příliš výrazně neprojevovaly, nabídly, že se budou starat o doplňování seznamu dělitelů pro oba „druhy“ desetinných čísel a že ho umístí na jednu z nástěnek ve třídě.