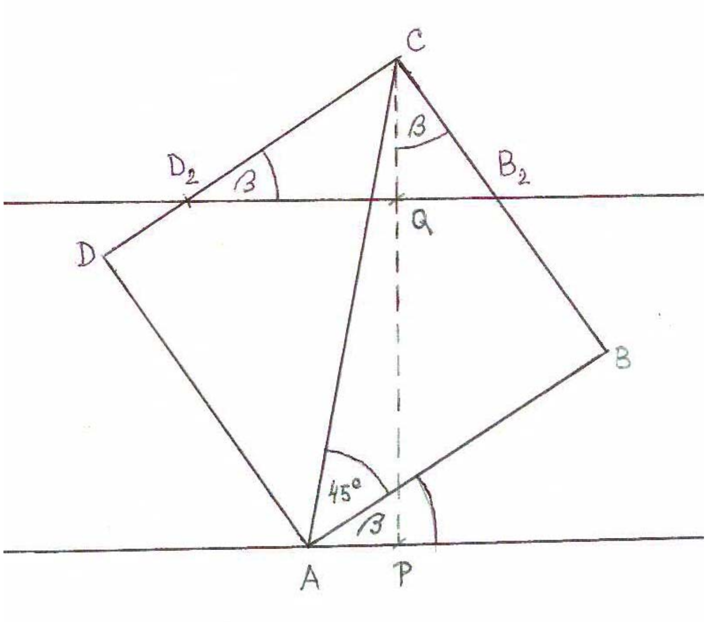
**Řešení goniometrické**[1]

Žáci, kteří se už seznámili s goniometrickými funkcemi, znají jednotkový vztah $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, hodnoty sin a cos pro 45 stupňů a součtový vzorec $\sin(\alpha+\beta)$, mohou úlohou řešit následujícím způsobem (pro jednoduchost jsme obecně položený čtverec posunuli tak, aby jeden jeho vrchol ležel na dané rovnoběžce):




Označme

$|CQ| = v$; $|QP| = a$; $|AC| = a\sqrt{2}$.

Z trojúhelníku *APC* pro velikost *v* plyne:

$$v = \sin(\beta + 45°)a\sqrt{2} - a = (\sin\beta\cos 45° + \cos\beta\sin 45°)a\sqrt{2} - a = \sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2}a(\sin\beta + \cos\beta) - a =$$
$$= a(\sin\beta + \cos\beta - 1).$$

Pro jednotlivé úsečky, které tvoří obvod trojúhelníku $D_2B_2C$, vyjádříme jejich délku pomocí *v* a příslušné goniometrické funkce úhlu $\beta$:

$$|D_2C| = \frac{v}{\sin\beta};\ |B_2C| = \frac{v}{\cos\beta};\ |D_2Q| = \frac{v}{tg\beta};\ |B_2Q| = \frac{v}{\cot g\beta}$$

Sečtením získáme:

$$v\left(\frac{1}{\sin\beta} + \frac{1}{\cos\beta} + tg\beta + \cot g\beta\right) = a(\sin\beta + \cos\beta - 1)\left(\frac{1}{\sin\beta} + \frac{1}{\cos\beta} + tg\beta + \cot g\beta\right)$$

Po roznásobení a sečtení dostáváme pro obvod trojúhelníku $D_2B_2C$ následující výraz, který upravíme pomocí jednotkového vztahu:

$$2a\left(\frac{\sin^2\beta - 1}{\cos\beta} + \frac{\cos^2\beta - 1}{\sin\beta} + \cos\beta + \sin\beta\right) = 2a(-\cos\beta - \sin\beta + \cos\beta + \sin\beta) = 2a$$

[1] Poděkování za toto řešení patří Janu Herzovi.