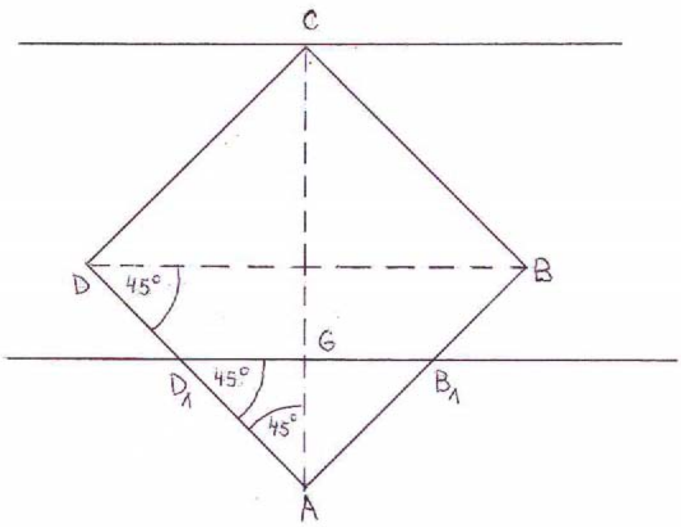
Řešení pythagorejské

Umístíme čtverec tak, aby jeden jeho vrchol ležel na jedné z rovnoběžek a úhlopříčka čtverce byla na ni kolmá.



Vypočítat obvod trojúhelníku D_1AB_1 je triviální.

Označme

$|CG| = a$; $|AC| = a\sqrt{2}$; $|D_1G| = |GB_1| = |AG| = x$; $|D_1A| = |AB_1|$=y

Potom

$$x = a\sqrt{2} - a$$

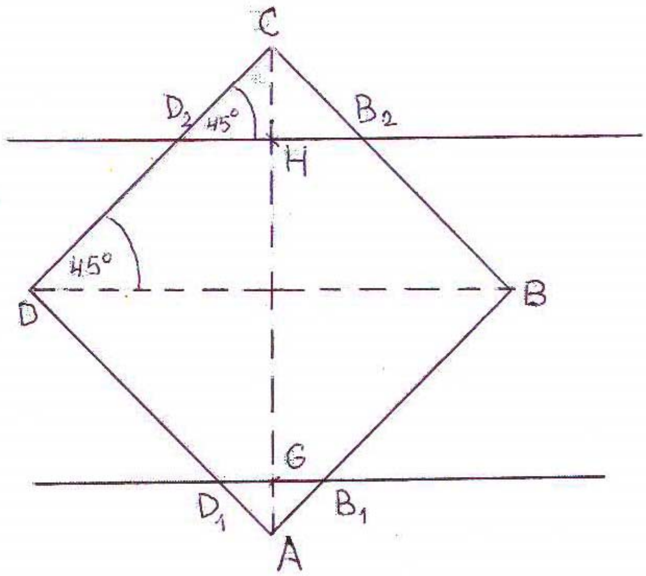
$$y^2 = 2x^2 = 2\left(a\sqrt{2} - a\right)$$

$$y = \sqrt{2}\left(a\sqrt{2} - a\right)$$

Pro obvod trojúhelníku D_1AB_1 potom platí:

$$2x + 2y = 2\left(a\sqrt{2} - a\right) + 2\sqrt{2}\left(a\sqrt{2} - a\right) = 2\sqrt{2}a - 2a + 4a - 2\sqrt{2}a = 2a$$

Takto zjednodušenou úlohu mohou řešit žáci, kteří znají Pythagorovu větu, umí upravovat algebraické výrazy a počítat s odmocninami. Se stejnými znalostmi by dovedli úlohu řešit i pro „mírně obecnější“ polohu čtverce:



Označme

$|CH| = |D_2H| = |HB_2| = b$; $|AG| = |D_1G| = |GB_1| = d$; $|AC| = a\sqrt{2}$; $|D_1A| = |AB_1| = e$;
$|D_2C| = |CB_2| = c$

Potom pro obvod trojúhelníku D_2B_2C platí $2c + 2b = 2\sqrt{2}b + 2b$.

Pro obvod trojúhelníku D_1AB_1 platí $2d + 2e = 2\sqrt{2}d + 2d$.

Jestliže vezmeme v úvahu, že $b + d + a = \sqrt{2}a$, lze hledaný součet obvodů vyjádřit takto:

$$2\sqrt{2}b + 2b + 2\sqrt{2}d + 2d = 2\sqrt{2}(b + d) + 2(b + d) = 2\sqrt{2}\left(\sqrt{2}a - a\right) + 2\left(\sqrt{2}a - a\right) =$$
$$= 4a - 2\sqrt{2}a + 2\sqrt{2}a - 2 = 2a .$$